

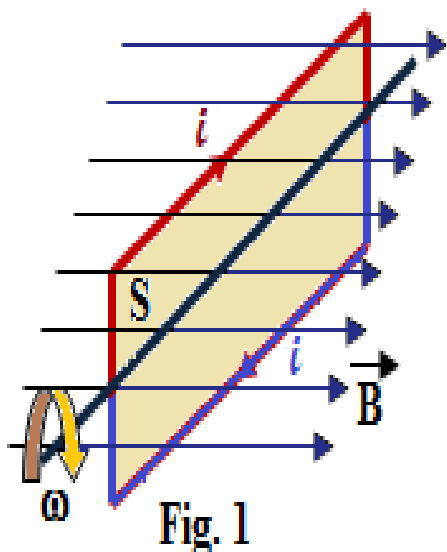
CURENTUL ALTERNATIV SINUSOIDAL

**RESURSĂ EDUCĂȚIONALĂ CURRICULARĂ ÎN
DOMENIUL ELECTRIC**

**Material didactic
destinat cadrelor didactice**

**Prof. Andrițoiu Liliana
Liceul Tehnologic Nr.2 Târgu Jiu**

1. Generarea tensiunii electromotoare alternative. Valori instantanee și maxime.



Curentul alternativ este foarte utilizat, atât în industrie, cât și în consumul casnic, prin faptul că prezintă o serie de avantaje, față de curentul continuu: poate fi generat simplu și cu costuri reduse, se poate transporta la distanțe mari ușor și cu pierderi mici, se poate transforma.

La baza producerii t.e.m. alternative stă fenomenul de inducție electromagnetică, descoperit de M. Faraday:

$$e = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad (1)$$

Unde am notat $\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S}$ fluxul magnetic prin spira de arie S . Evident, $\vec{B}$ este inducția câmpului magnetic. Pentru că spira se rotește în jurul unui ax cu viteza unghiulară constantă ω , fluxul magnetic prin spirală la un moment dat este dat de relația:

$$\Phi = BS \cos mt = \Phi_m \cos mt \quad (2)$$

Facem observația, foarte importantă, că dependența de timp a fluxului magnetic prin spira de arie S este o dependență armonică. Pentru a deduce expresia t.e.m. alternative facem apel la o teoremă din matematică, referitoare la funcțiile armonice:



TEOREMA 1.

Variația în timp a unei mărimi armonice este tot o mărime armonică, de aceeași pulsație, a cărei amplitudine este multiplicată cu ω , iar faza defazată înainte cu $\frac{\pi}{2}$.

Și reciproca este adevărată.

Din rel. (1) și (2) rezultă t.e.m. indusă, e :

$$e = m\Phi_m \sin mt = E_m \sin mt \quad (3)$$

Dacă aplicăm legile lui Ohm, pentru un circuit de curent alternativ, obținem:

$$i = \frac{e}{R + r} = I_m \sin nt \quad (4) \quad \text{și} \quad u = iR = U_m \sin nt \quad (5)$$

Facem precizarea: e , i și u se numesc valori instantanee ale mărimilor respective, iar E_m , I_m și U_m sunt valorile maxime corespunzătoare.

1. Valori efective ale mărimilor alternative.

Deoarece valoarea curentului electric este variabilă în timp, în practică se folosește o valoare echivalentă numită valoare efectivă (sau eficace) I_{ef} notată adesea numai cu I . *Valoarea efectivă a intensității curentului alternativ este egală cu intensitatea unui curent electric continuu care produce același efect termic Q la trecerea prin același rezistor. Relațiile dintre valorile maxime și cele efective sunt date de următoarele expresii de calcul:*

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \quad (6) \quad , \quad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (6') \quad \text{respectiv} \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad (6'')$$

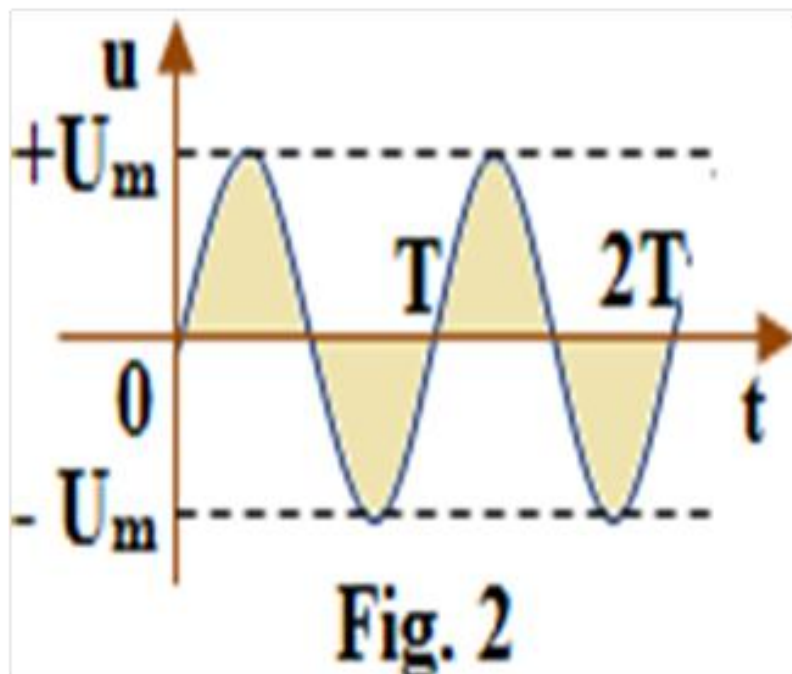
Pentru a cunoaște elementele caracteristice sau pentru a opera cu mărimile alternative armonice, se folosesc reprezentări convenționale ale acestora:

a) Reprezentarea analitică.

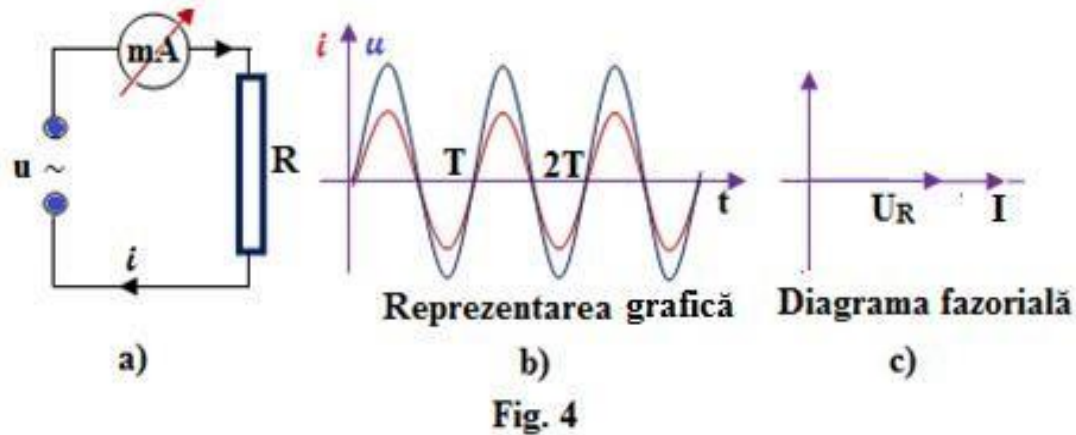
Simpla scriere a mărimii respective în funcție de mărimile variabile (timp, fază etc.) poate furniza informații privind: valoarea instantanee, valoarea maximă, pulsația, perioada, faza inițială a mărimii reprezentate.

a) Reprezentarea grafică.

Prin reprezentarea grafică, Fig. 2, a unei mărimi alternative în funcție de un parametru variabil care poate fi timpul t sau faza φ , se obțin informații despre perioadă, faza inițială, valoarea maximă, valoarea instantanee.



1. Circuit cu rezistor în curent alternativ.



$$i = \frac{u}{R} \quad (6)$$

$$i = \frac{U_m}{R} \sin \frac{2\pi}{T} t \quad (7')$$

de unde: $i = I_m \sin \omega t$.

Dacă la bornele unui rezistor R se aplică o tensiune alternativă sinusoidală de tipul:

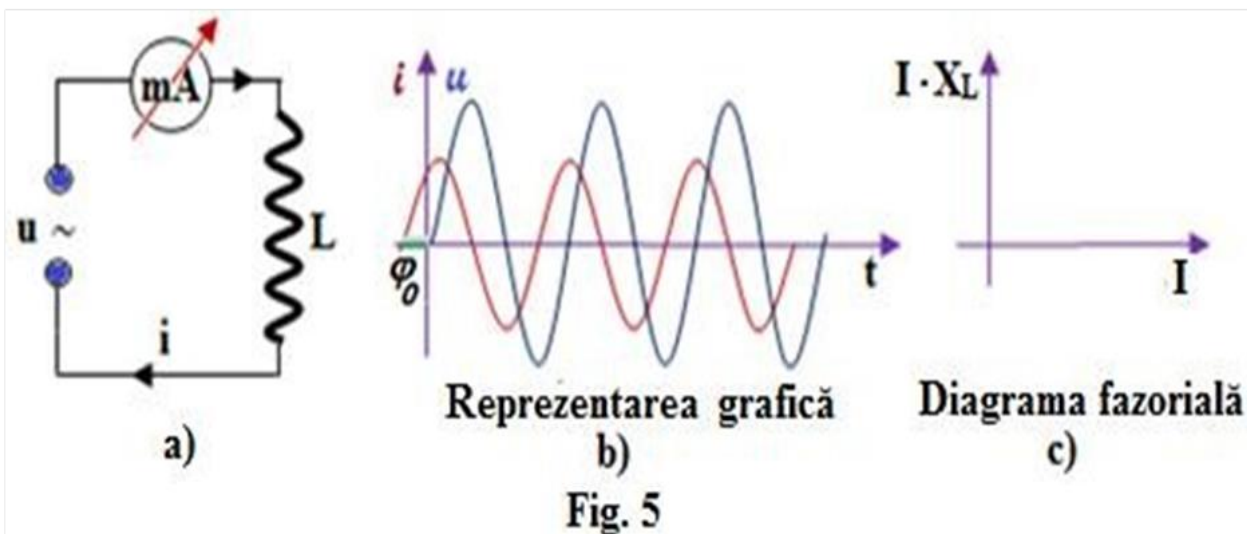
$u = U_m \sin \omega t$, Fig. 4a), prin acesta va circula un curent electric a cărui intensitate este obținută din legea lui Ohm:

În Fig. 4b), în reprezentarea grafică, se poate vedea că tensiunea și curentul sunt în fază, $\varphi_0=0$, iar în Fig. 4c) avem reprezentarea fazorială, numită și reprezentare Fresnel.

2. Circuit cu bobină ideală ($R=0$) în curent alternativ.

La aplicarea unei tensiuni alternative la bornele unei bobine, fenomenul se complică datorită faptului că un curent variabil prin bobină induce o t.e.m. alternativă, numită t.e.m. autoindusă, conform relației:

$$e = -L \frac{\Delta i}{\Delta t} \quad (6)$$



Considerând un circuit care conține o bobină ideală, la bornele căreia se aplică o tensiune alternativă $u = U_m \sin \omega t$, Fig. 5a). Intensitatea curentului prin circuit va fi dată de relația:

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (9)$$

Aplicând legea a II-a lui Kirchhoff pe ochiul de circuit, Fig. 5a), rezultă:

$$\mathbf{u} + \mathbf{e} = \mathbf{0}. \quad (10)$$

Înlocuind expresiile celor două tensiuni, se obține următoarea relație:

$$U_m \sin mt - L \frac{\Delta i}{\Delta t} = 0 \quad (11)$$

Conform teoremei pe care am enunțat-o și ținând cont de rel. (9) și rel. (6'), variația curentului în unitatea de timp va avea expresia:

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} = m\sqrt{2}I \sin \left(mt + \varphi_0 + \frac{\pi}{2} \right) \quad (12)$$

În acest caz rel. (11) se poate rescrie:

$$\sqrt{2}U \sin mt = mL\sqrt{2}I \sin \left(mt + \varphi_0 + \frac{\pi}{2} \right)$$

Interpretarea rel. (13) se face apelând la o altă teoremă din matematică:

TEOREMA 2.

Două mărimi armonice sunt egale dacă au amplitudinile egale și fazele egale.



Așa dar să mergem mai departe! Conform aceste teoreme:

$$U = I \cdot X_L \quad (14) \quad \text{și} \quad \varphi_0 = -\frac{\pi}{2} \quad (14')$$

Unde am făcut notația:

$$X_L = \omega L \quad (15)$$

și o vom numi **reactanță inductivă**. Din rel. (14) se observă că X_L are dimensiune de rezistență și se va măsura în Ω . Rel. (14) reprezintă legea lui Ohm pentru un circuit de curent alternativ.

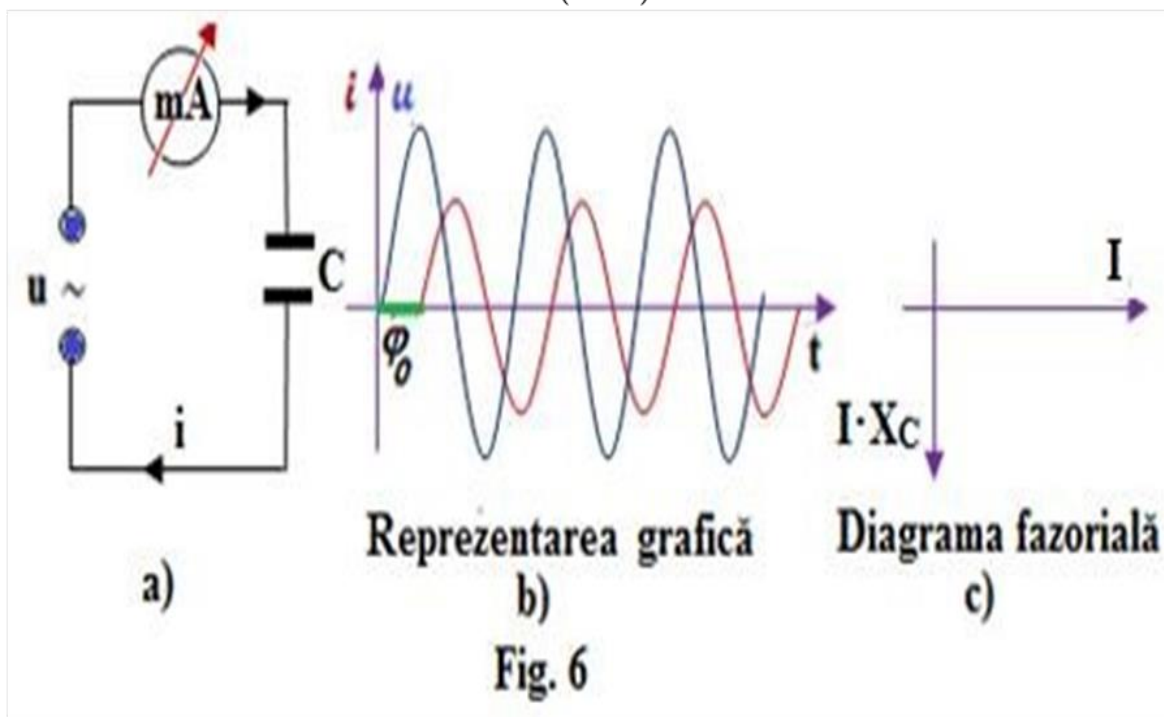
Iar expresia curentului, conform rel. (9), va fi:

$$i = \sqrt{2}I \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \quad (15)$$

În Fig. 5b), în reprezentarea grafică, se poate vedea poziția unghiului de defazaj, $\varphi_0 < 0$, iar în Fig. 5c) avem reprezentarea fazorială.

În final mai avem de făcut o precizare: din punct de vedere practic nu se poate realiza o bobină ideală, datorită faptului că sârma conductoare din care este făcută bobina are o rezistență $R > 0$. Totuși, în cazul în care $X_L \gg R$ bobina poate fi considerată ideală.

3. Circuit cu condensator ideal ($R=0$) în curent alternativ.



După cum se cunoaște, între armăturile unui condensator este un strat izolator numit dielectric, ce nu permite trecerea curentului electric prin el. Într-un circuit de curent alternativ, condensatorul are o comportare diferită, deoarece el se încarcă și se descarcă electric periodic,

determinând prezența unui curent electric prin circuitul exterior lui.

1. Circuit serie cu rezistor, bobină și condensator, în curent alternativ.

Gruparea unor elemente rezistive, inductive și capacitive astfel încât curentul electric să fie unic și cu aceeași valoare, constituie circuitul **RLC** serie de curent alternativ.

Să vedem, deci, ce se va întâmpla atunci când introducem în circuit, în serie, rezistorul, bobina și condensatorul, Fig. 7. Legea a II-a a lui Kirchhoff, pentru ochiul de circuit se scrie:

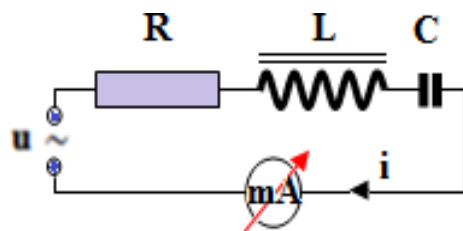


Fig. 7

$$u + e = \frac{q}{C} + Ri \quad (23)$$

Cu notațiile pe care le-am prezentat deja.

Referitor la expresia curentului este necesar să facem o reconsiderare:

$$i = \sqrt{2}I \sin(mt - \varphi_0) \quad (24)$$

Semnul lui φ_0 , minus, din rel. (24) este absolut arbitrar, nu are nici o conotație matematică. Am fi putut să facem aceleași considerații și semn pozitiv pentru φ_0 .

În ce privește adevăratul semn al lui φ_0 îl vom determina ținând cont de convențiile trigonometrice (...iar matematică!), referitor la semnul unghiului măsurat și de asemenea avem în vedere că unghiul de defazaj se măsoară în sensul spre fazorul tensiunii, Fig. 8.

Observație: Aceste convenții le-ați mai discutat și în clasa a IX-a, când ați studiat „Noțiuni de optică geometrică”.

Dacă, însă, aplicăm noțiuni de calcul vectorial, observăm că fiecărui termen din ecuația (27) i se poate atașa un fazor. Reprezentarea lor grafică este redată în Fig. 8, care se mai numește și diagramă fazorială și unde am făcut notațiile: $U_R = I \cdot R$, $U_L = I \cdot X_L$ și $U_C = I \cdot X_C$.

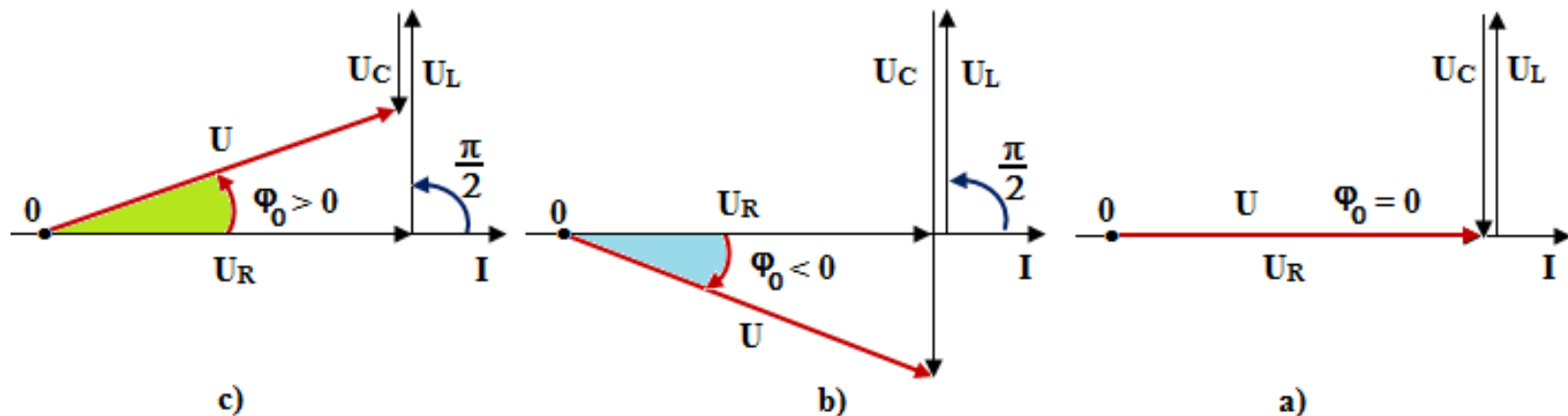


Fig. 8

La întrebarea cum va fi defazat curentul față de tensiune, răspunsul ni-l dăm analizând Fig. 8. Observăm că se disting trei situații:

1. $X_L > X_C$, în circuit predomină efectul inductiv, iar $\varphi_0 > 0$. Acest lucru înseamnă că bobina și condensatorul se comportă ca o singură bobină echivalentă.
2. $X_C > X_L$, în circuit predomină efectul capacitiv, iar $\varphi_0 < 0$. Acest lucru înseamnă că bobina și condensatorul se comportă ca un singur condensator echivalent.
3. $X_L = X_C$, în circuit se produce fenomenul de rezonanță, iar $\varphi_0 = 0$. În acest caz circuitul se comportă ca și cum nu ar avea elemente reactive.

1. Rezonanța circuitului RLC serie, (rezonanța tensiunilor).

Dacă în funcționarea circuitului RLC serie se realizează condiția: $U_L = U_C$ rezultă: $X_L = X_C$, se obține rezonanța. Impedanța $Z = R$ (este minimă), curentul:

$$I = I_{rez.} = \frac{U}{R} \quad (33)$$

este maxim, iar defazajul $\varphi_0 = 0$, Fig. 8c). Observăm că în cazul unui circuit ideal ($R = 0$) $I_{rez} \rightarrow \infty$.

La rezonanță, circuitul se comportă rezistiv, prin el circulând un curent electric maxim. Se mai spune că circuitul este în rezonanță cu sursa de curent. Condiția pentru a se realiza rezonanța este impusă de egalitatea:

$$X_L = X_C \quad (34) \quad \text{sau} \quad \omega L = \frac{1}{\omega C} \quad (34').$$

Circuit paralel cu rezistor, bobină și condensator, în curent alternativ.

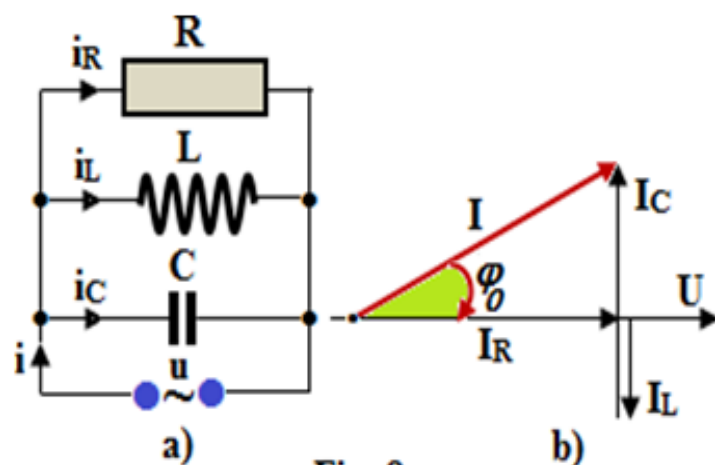


Fig. 9

Gruparea elementelor R, L și C paralel este în așa fel încât tensiunea la bornele lor să fie comună iar curenții să fie rezultatul ramificării curentului debitat de sursa de curent alternativ, Fig. 9a). Dacă avem în vedere că tensiunea aplicată circuitului este alternativă, conform rel. (5). Legea I a lui Kirchhoff, pentru Fig. 9a), se va scrie:

$$i = i_R + i_L + i_C \quad (39)$$

Când scriem expresiile curenților prin fiecare ramură trebuie să avem în vedere că i_L și i_C prin ramurile respective sun de semn contrar. În acest caz intensitățile

curenților au expresiile următoare:

$$i_R = \frac{\sqrt{2}U}{R} \sin mt, \quad i_L = \frac{\sqrt{2}U}{X_L} \sin \left(mt - \frac{\pi}{2} \right) \quad i \quad i_C = \frac{\sqrt{2}U}{X_C} \sin \left(mt + \frac{\pi}{2} \right)$$

În aceste condiții rel. (39) se rescrie:

$$I \sin mt = \frac{U}{R} \sin mt + \frac{U}{X_L} \sin \left(mt - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{U}{X_C} \sin \left(mt + \frac{\pi}{2} \right) \quad (41)$$

1. Rezonanța circuitului LC paralel (rezonanța curenților):

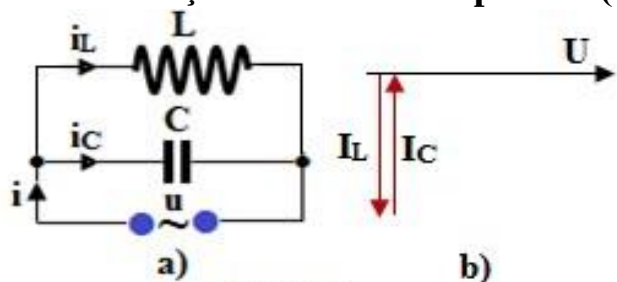


Fig. 10

Considerăm un circuit paralel **LC**, Fig. 10a), ideal, $R=0$. Condiția de rezonanță $X_L = X_C$ impune anularea intensității curentului total prin circuit. Conform rel.(43):

$$I = I_{rez} = U \left(m_0 C - \frac{1}{m_0 L} \right) = 0 \quad (47)$$

Puterea în curent alternativ.

$$I = \frac{U}{R} \quad \text{este minimă.}$$

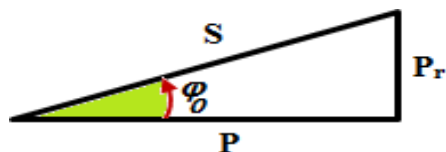


Fig. 11

Dacă laturile triunghiului tensiunilor (diagrama fazorială), Fig. 8c) se amplifică cu intensitatea **I** a curentului, se obține un triunghi asemenea celui inițial, dar având ca laturi valori ale unor puteri. Acest triunghi se numește generic **triunghiul puterilor**, Fig. 11.

Cele trei puteri în curent alternativ și care rezultă în urma calculelor pe care le-am făcut, sunt:

$$\text{- puterea activă: } \bar{P} = P = U_R \cdot I = R \cdot I^2 \quad [P]_{SI} = 1W \quad (49)$$

$$\text{- puterea reactivă: } P_r = (U_L - U_C) \cdot I = (X_L - X_C) \cdot I^2 \quad [P_r]_{SI} = 1VAR \quad (49')$$

$$\text{- puterea aparentă: } S = U \cdot I = Z \cdot I^2 \quad [S]_{SI} = 1VA \quad (49'')$$

Observație: 1. $\bar{P} = P$ exprimă energia consumată în unitatea de timp în elementele pasive (ohmice).

2. P_r exprimă energia consumată în unitatea de timp în elementele reactive, sub forma de energie a câmpului electric și magnetic.

3. S exprimă energia transferată în unitatea de timp de sursă întregului circuit.

Aplicând teorema lui Pitagora triunghiului din Fig. 11 rezultă relația dintre cele trei puteri:

$$S^2 = P^2 + P_r^2 \quad (50)$$

Cosinusul unghiului φ_0 se numește **factor de putere** și se definește prin relațiile următoare:

$$\cos \varphi_0 = \frac{P}{S} \quad (51) \quad \text{sau} \quad \cos \varphi_0 = \frac{R}{Z} \quad (51')$$

care depinde de valorile elementelor R , L , C și frecvența ν a curentului alternativ.